

MATEMATIKA+

MXMVD17C0T01

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

- **Didaktický test** obsahuje **23 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulačtor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi píše do záznamového archu.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

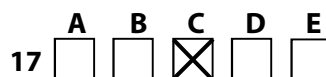
- Výsledky **píšte čitelně** do vyznačených bílých polí.



- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově zapíšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvíte pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

1 bod

- 1** Množinu všech dělitelů čísla 12 označme A.
Množinu všech reálných čísel, pro která platí $0 < |x - 4| \leq 2$, označme B.

Určete $A \cap B$.

max. 2 body

- 2** Pro $n \in \mathbb{N}$ upravte výraz:
 $(n^0 + 2n^{-1} + n^{-2}) \cdot (n + 1)^{-1} =$
-

max. 2 body

- 3** Je dána rovnice s neznámou $x \in \mathbb{R}$ a parametrem $a \in \mathbb{R}$:
 $3x^2 - 6x = ax^2 - 1$

Určete všechny hodnoty parametru a , pro něž má rovnice právě jedno řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 4

Kladná čísla g, h se liší o 33. Číslo g je o 20 % větší než neznámé číslo x , neznámé číslo x je o 20 % větší než číslo h .

(CZVV)

max. 2 body

4 Užitím rovnice nebo soustavy rovnic **vypočtěte neznámé číslo x .**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení.**

max. 2 body

5 **V oboru \mathbb{R} řešte:**

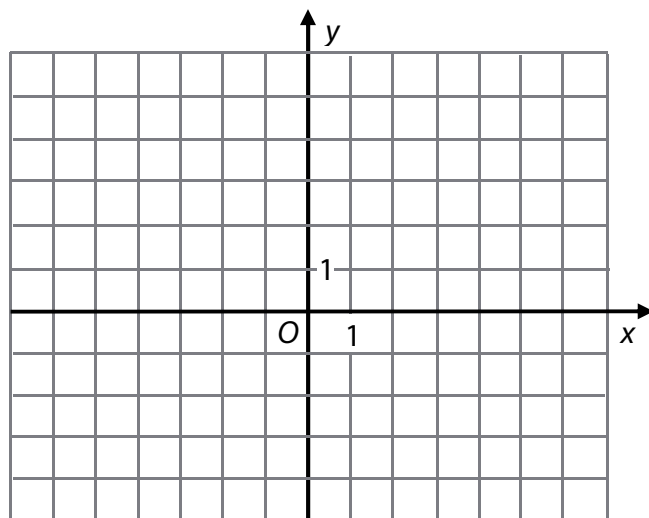
$$\log_3 x + \log_3 \frac{x}{3} = \log_{\sqrt{3}} 3 + 1$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Kvadratická funkce f je sudá,

$$f(1) = 1$$

a graf funkce f má právě jeden společný bod s grafem funkce $g: y = \cos x - 2$.



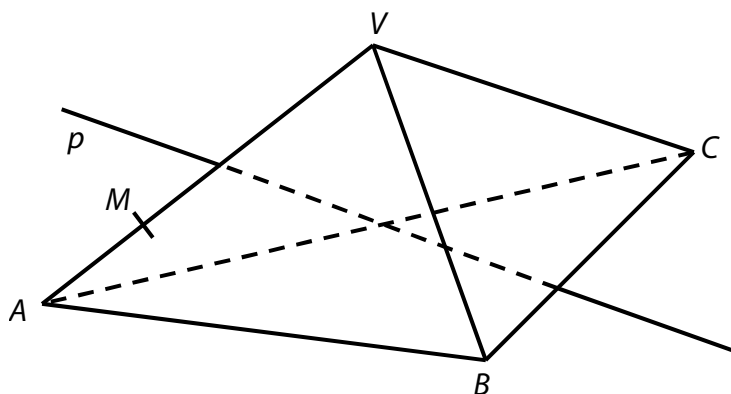
(CZVV)

1 bod

6 Zapište předpis funkce f .

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V trojbokém jehlanu $ABCV$ je na hraně AV umístěn bod M . Přímka p leží v rovině ABC .



(CZVV)

max. 2 body

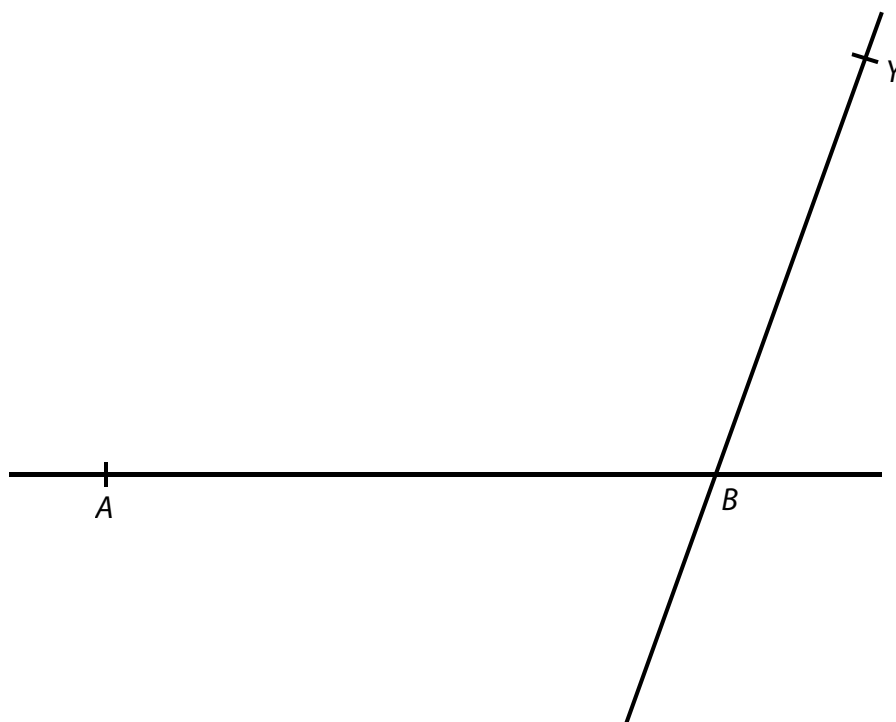
7 Sestrojte řez jehlanu $ABCV$ rovinou pM .

Vrcholy mnohoúhelníku tvořícího řez označte M, N, O, \dots a řez vyšrafujte.

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry **propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině leží body A, B, Y .



(CZVV)

max. 3 body

- 8** Vrchol C lichoběžníku $ABCD$ se základnami AB a CD leží na polopřímce BY , úhly BCD a ADB mají stejnou velikost a výška v lichoběžníku je polovinou délky strany AB .
- 8.1 **Vytvořte náčrtek lichoběžníku $ABCD$ a proveďte rozbor nebo popis konstrukce chybějících vrcholů C, D .**

- 8.2 **V obrázku sestrojte chybějící vrcholy C, D lichoběžníku $ABCD$ a lichoběžník narýsujte. Najděte všechna řešení.**

V záznamovém archu obtáhněte všechny čáry a křivky propisovací tužkou.

9 Desetiferné číslo má být sestaveno ze stejného počtu pětěk a nul.

Vypočtete, kolik různých lichých čísel lze uvedeným způsobem sestavit.

V záznamovém archu uveďte stručný **postup řešení**.

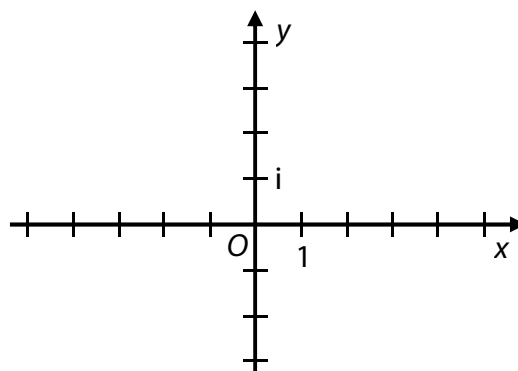
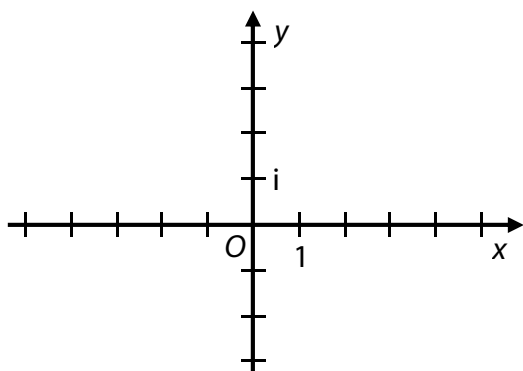
max. 2 body

10 **V Gaussově rovině** zobrazte množinu všech komplexních čísel z , pro něž platí:

10.1 $|z| = |-3i|$

10.2 $z + \bar{z} = -2$

(z a \bar{z} jsou komplexní sdružená čísla)

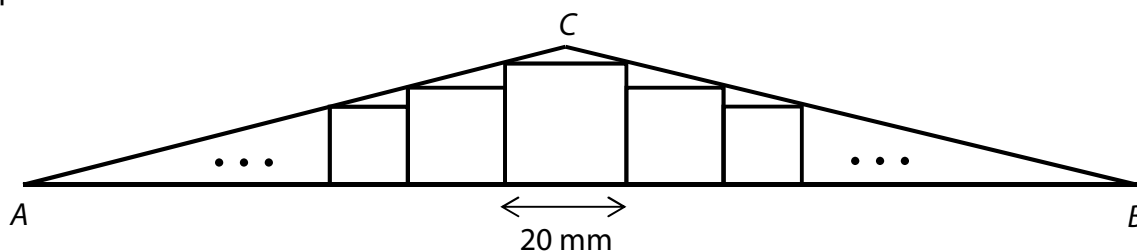


V záznamovém archu obtáhněte množiny **propisovací tužkou**.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

Do rovnoramenného trojúhelníku ABC je vepsáno nekonečně mnoho čtverců. Jedna strana každého čtverce leží na základně AB trojúhelníku. Čtverce se vzájemně dotýkají.

Největší čtverec s délkou strany 20 mm je umístěn tak, že osa trojúhelníku je současně osou čtverce. Každé dva sousední čtverce mají jeden společný vrchol a délky jejich stran jsou v poměru 5 : 4.



(CZVV)

max. 3 body

11 Vypočtěte v mm^2 obsah trojúhelníku ABC .

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Posloupnost obsahuje n po sobě jdoucích celých čísel a_1, a_2, \dots, a_n , z nichž nejmenší je a_1 .

Platí: $a_1 + a_2 + \dots + a_n = n$, kde $n \in \mathbf{N}$.

(CZV)

max. 4 body

12

12.1 **Pro $n = 15$ vypočtěte a_1 .**

12.2 **Určete n , jestliže je $a_1 = -20$.**

12.3 **Vyjádřete a_1 v závislosti na n a uveďte množinu všech n , pro něž daná posloupnost existuje.**

Ve všech částech úlohy 12 uveďte **v záznamovém archu celý postup řešení.**

13 Přiřadte ke každé rovnici či nerovnici (13.1–13.3) množinu všech jejích řešení (A–F) v oboru \mathbb{R} .

13.1 $\frac{3-x}{9-x^2} \geq 0$ _____

13.2 $\sqrt{9x-27} = 3 \cdot \sqrt{x-3}$ _____

13.3 $125 \leq 0,2^{x-6}$ _____

- A) $\langle 3; +\infty$
- B) $(3; +\infty)$
- C) $(-\infty; 3)$
- D) $(-\infty; 3)$
- E) $(-3; 3) \cup (3; +\infty)$
- F) jiná množina

max. 3 body

14 Je dán bod $A[4; 1]$ a dvě kružnice:

$$k: (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$$

$$l: (x - 5)^2 + (y - 3)^2 = 9$$

Ke každé otázce (14.1–14.3) přiřadte správnou odpověď (A–F).

14.1 Kolik společných bodů mají kružnice k a l ? _____

14.2 Kolik společných tečen mají kružnice k a l ? _____

14.3 Kolik tečen lze vést ke kružnici l z bodu A ? _____

A) 0

B) 1

C) 2

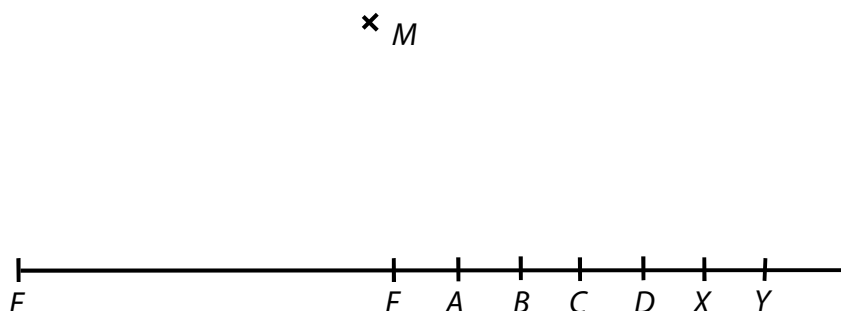
D) 3

E) 4

F) jiný počet

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 15

Na polopřímce EF leží body A, B, C, D, X, Y a mimo ni bod M .
Uvažujme elipsu s ohnisky E, F , která prochází bodem M .



(CZVV)

2 body

15 Kde se nachází průsečík elipsy a polopřímky EY ?

Doporučení: Řešte v obrázku konstrukčně.

- A) na úsečce AB
- B) na úsečce BC
- C) na úsečce CD
- D) na úsečce DX
- E) na polopřímce XY

2 body

16 Tři přímky p, q a r jsou vzájemně rovnoběžné.

Přímka p prochází body $A[3; -1]$ a $B[4; 1]$,

$q: ax - 2y + 3 = 0; a \in \mathbf{R}$,

$r: y = bx - 1; b \in \mathbf{R}$.

Jaký je součet $a + b$?

- A) -2
- B) 0
- C) $3,5$
- D) $5,5$
- E) 6

17 Pro $n \in \mathbf{N}$ a $x, y \in \mathbf{R} \setminus \{0\}$ je dán výraz:

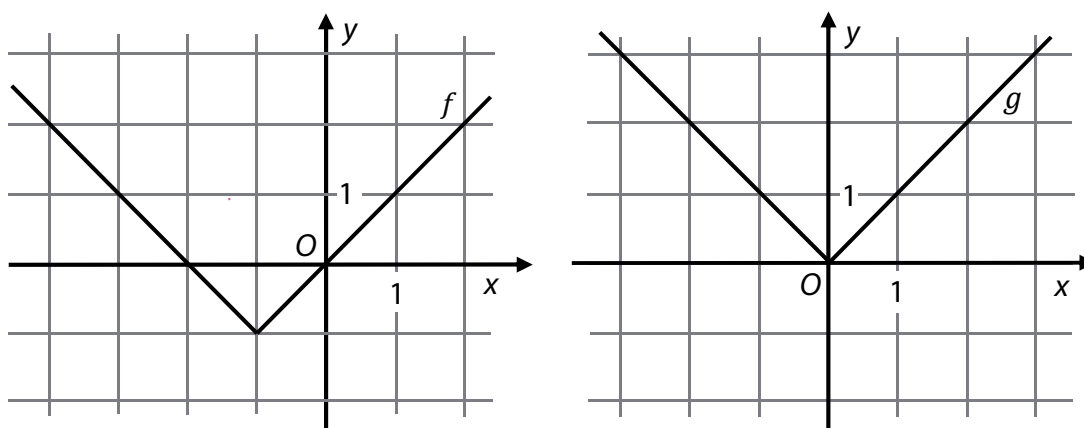
$$V = (-1)^{2n+3} \cdot x^{4n-2} \cdot y^{6n+3}$$

$V > 0$, právě když platí:

- A) $x < 0$
- B) $x > 0$
- C) $y < 0$
- D) $y > 0$
- E) $x \cdot y < 0$

VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 18

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou sestrojeny grafy funkcí f a g s definičním oborem \mathbf{R} .



(CZVV)

2 body

18 Která z následujících rovností platí pro všechna $x \in \mathbf{R}$?

- A) $g(x) = f(x - 1) - 1$
- B) $g(x) = f(x + 1) - 1$
- C) $g(x) = f(x + 1) + 1$
- D) $g(x) = f(x - 1) + 1$
- E) $g(x) = f(x) + \sqrt{2}$

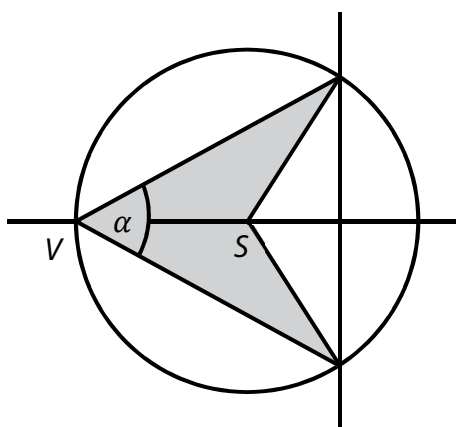
2 body

19 Kolik řešení má rovnice $\operatorname{tg} 2x = 0$ v oboru $\langle 0; 2\pi \rangle$?

- A) 0
- B) 1
- C) 2
- D) 4
- E) 5

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Do kružnice se středem S a poloměrem 10 cm je vepsán tmavý osově souměrný obrazec. Pro velikost jeho vnitřního úhlu při vrcholu V platí: $\cos \alpha = 0,6$.



(CZVV)

2 body

20 Jaký je obsah tmavého obrazce?

- A) menší než 60 cm^2
- B) 60 cm^2
- C) 75 cm^2
- D) 80 cm^2
- E) větší než 80 cm^2

2 body

- 21** Velikosti ostrých úhlů v pravoúhlém trojúhelníku jsou v poměru 3 : 4.
Kratší odvěsna měří 100 cm.

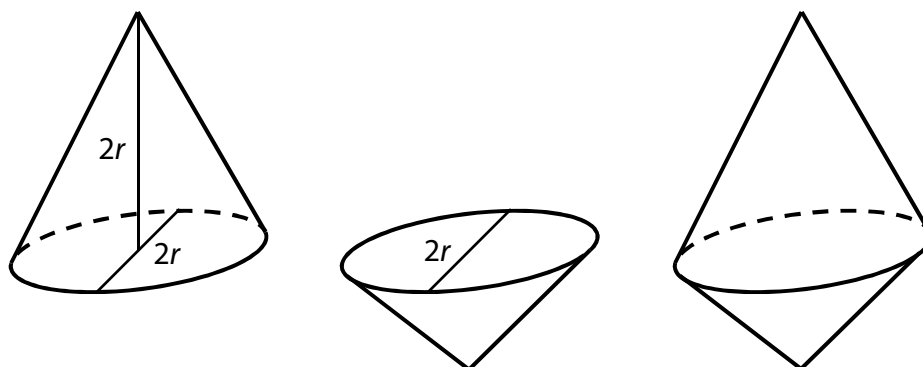
Kolik cm měří delší odvěsna?

Výsledek v cm je zaokrouhlen na celé číslo.

- A) 125 cm
- B) 133 cm
- C) 141 cm
- D) 150 cm
- E) jiný počet cm

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Těleso se skládá ze dvou kuželů se společnou podstavou.
V prvním kuželi je výška stejná jako průměr podstavy. Druhý kužel má poloviční objem, než je objem prvního kužele.



(CZVV)

2 body

22 Jaký je povrch tělesa?

- A) $(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot \pi r^2$
- B) $(\sqrt{5} + \sqrt{2}) \cdot \pi r^2$
- C) $(1 + \sqrt{3} + \sqrt{2}) \cdot \pi r^2$
- D) $1,5\sqrt{5} \cdot \pi r^2$
- E) jiný povrch

VÝCHOZÍ TEXT A TABULKA K ÚLOZE 23

V tabulce jsou uvedeny výsledky soutěží ve dvou různě početných skupinách A a B. Každý soutěžící mohl získat 0–4 body. Některé údaje v tabulce chybí, avšak víme: V tabulce četností bude v každém řádku 5 různých čísel, ve sloupcích bude vždy ve skupině B číslo o 2 větší než ve skupině A.

Skupina	Počet bodů	0	1	2	3	4	Aritmetický průměr	Medián	Modus
A	Četnost	2	0	8				2,5	4
B		4	2						

(CZVV)

max. 3 body

23 Po doplnění potřebných údajů rozhodněte o každém z následujících tvrzení (23.1–23.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

- | | A | N |
|--|--------------------------|--------------------------|
| 23.1 U skupiny A je aritmetický průměr větší než medián. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23.2 U skupiny B je medián 2,5. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23.3 U skupiny B je aritmetický průměr 2,5. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.
