

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

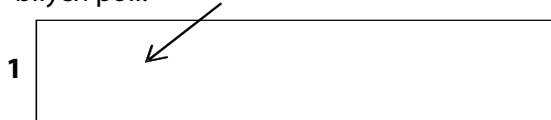
- Didaktický test obsahuje 23 úloh.
- Časový limit pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- Povolené pomůcky: psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi pište do záznamového archu.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- První část didaktického testu (úlohy 1–12) tvoří úlohy otevřené.
- Ve druhé části (úlohy 13–23) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je právě jedna odpověď správná.
- Za nesprávnou nebo neuvedenou odpověď se **neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše dostatečně silně a nepřerušovaně.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

- Výsledky **pište čitelně** do vyznačených bílých polí.



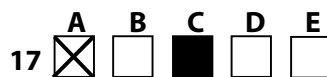
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově запиšte správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, zabarvíte pečlivě původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědi a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.
- Pokud zakřížkujete více než jedno pole, bude vaše odpověď považována za nesprávnou.

1 bod

1 Určete nejmenší přirozené číslo n , pro které je kladný výraz:

$$\frac{n}{90} - \frac{40}{n}$$

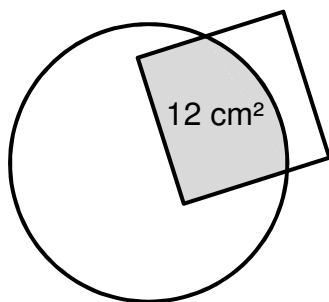
max. 2 body

2 V oboru \mathbb{R} řešte:

$$\frac{x^3 - 1}{x - 1} = 1$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

Obrazec je složen ze čtverce a kruhu. Společná část má obsah 12 cm^2 . Ve čtverci tvoří společná část dvě třetiny plochy, v kruhu čtvrtinu plochy.



(CERMAT)

max. 2 body

3

3.1 Vypočtěte obsah celého obrazce.

3.2 Vyjádřete poměr obsahů čtverce a kruhu v tomto pořadí.

max. 2 body

4 Výraz upravte a určete všechny hodnoty $x \in \mathbb{R}$, pro něž má smysl.

$$\frac{x}{2 + \frac{1}{x}} - \frac{1}{8x + 4} + \frac{1}{4} =$$

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOHÁM 5–6

Je dán výraz:

$$\frac{\log(x^2 + 0,75)^2}{\log(x^2 + 0,75)}$$

(CERMAT)

1 bod

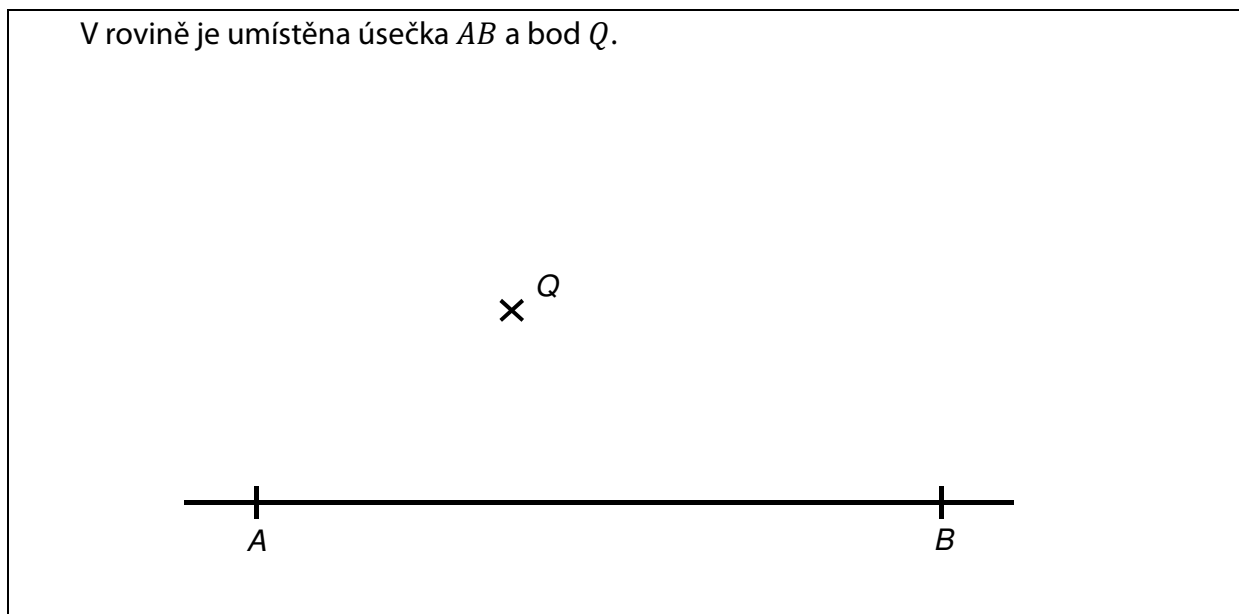
5 Určete všechny hodnoty $x \in \mathbb{R}$, pro něž má výraz smysl.

1 bod

6 Daný výraz zjednodušte.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

V rovině je umístěna úsečka AB a bod Q .



(CERMAT)

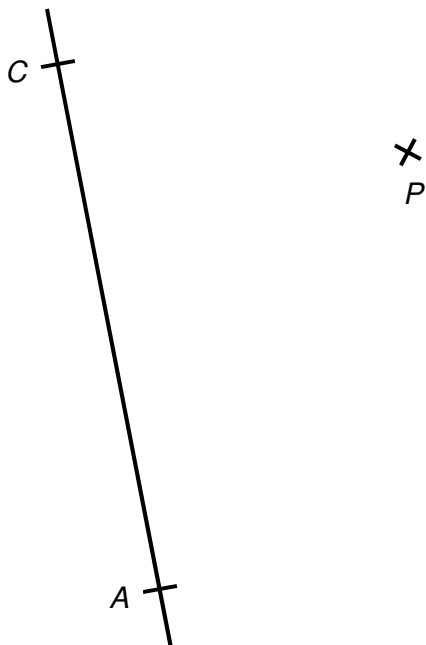
1 bod

- 7** Sestrojte trojúhelník ABC , jehož výška v_b (výška na stranu b) se protíná s těžnicí t_c (těžnice na stranu c) v bodě Q .

V záznamovém archu proveďte konstrukci a vše obtáhněte propisovací tužkou.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

V rovině je umístěna úsečka AC a bod P .



(CERMAT)

max. 3 body

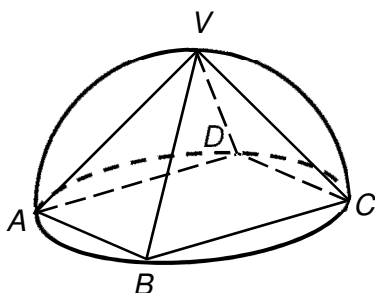
8

- 8.1 **Sestrojte trojúhelník ABC** , jehož výška v_b (výška na stranu b) se protíná s těžnicí t_a (těžnice na stranu a) v bodě P .
- 8.2 Proveďte rozbor nebo popis konstrukce vrcholu B .

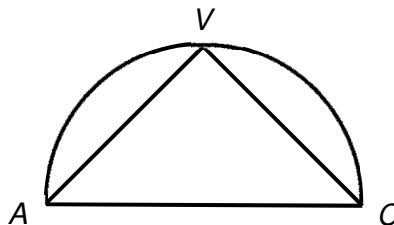
V záznamovém archu obtáhněte konstrukci propisovací tužkou.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

Do polokoule je vepsán pravidelný čtyřboký jehlan $ABCDV$.



Svislý řez



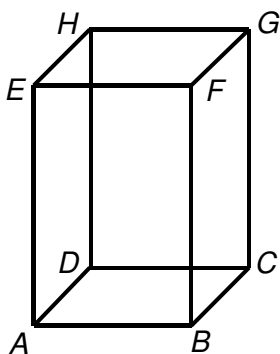
(CERMAT)

max. 2 body

- 9 Vypočtěte, kolikrát větší je objem polokoule než objem jehlanu.

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V kvádru $ABCDEFGH$ je $|AB| = |AD| = 4$ cm, $|AE| = 6$ cm.



(CERMAT)

max. 3 body

- 10 V tělese vyznačte odchylku φ přímky BH od roviny ABF a vypočtěte její velikost. Výsledek zaokrouhlete na celé stupně.

V záznamovém archu uveďte postup řešení. Objekty zakreslete do obrázku propisovací tužkou.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 11

V letadle na cestě do Asie letělo o 40 cizinců více než Čechů. Polovina cizinců požadovala vegetariánskou stravu, z českých pasažérů měla stejné přání pouze desetina. Vegetariánská strava se tak připravovala pro třetinu všech pasažérů.

(CERMAT)

max. 3 body

11 Určete celkový počet pasažérů požadujících vegetariánskou stravu.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Hráč přichází na stanoviště s určitým počtem žetonů. Na stanovišti musí utratit alespoň jeden žeton.

Kolik žetonů hráč utratí, tolikrát se při odchodu ze stanoviště zvětší počet jeho zbývajících žetonů. (Např. přichází-li hráč na stanoviště s 10 žetony a utratí 4 žetony, stanoviště opustí s 24 žetony.)

Žetony nelze dělit.

Aleš přichází na stanoviště se 45 žetony.

(CERMAT)

max. 4 body

12

- 12.1 Určete počet žetonů, které musí Aleš utratit, aby stanoviště opouštěl nejméně s 500 žetony. (Najděte všechna řešení.)
- 12.2 Určete největší možný počet žetonů, který si Aleš z tohoto stanoviště může odnést.

V záznamovém archu uveďte celý postup řešení.

max. 3 body

13 Přiřadte každé nerovnici (13.1–13.3) její řešení (A–E) v oboru \mathbb{R} .

13.1 $\cos x \neq 0$ _____

13.2 $\cos x < 0$ _____

13.3 $\cos x < 1$ _____

A) $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (2k\pi; 2\pi + 2k\pi)$

B) $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} (k\pi; \pi + k\pi)$

C) $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{1}{2}\pi + 2k\pi; \frac{3}{2}\pi + 2k\pi \right)$

D) $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(-\frac{1}{2}\pi + k\pi; \frac{1}{2}\pi + k\pi \right)$

E) $\bigcup_{k \in \mathbb{Z}} \left(\frac{1}{2}\pi + 2k\pi; \frac{3}{2}\pi + 2k\pi \right)$

max. 3 body

14 Přiřadte ke každé rovnici (14.1–14.3) odpovídající množinu (A–E) bodů $X[x; y]$ v rovině.

14.1 $16 - 8x - y^2 = 0$ _____

14.2 $x^2 - y^2 + 16 = 0$ _____

14.3 $x^2 - 8x + 16 = 0$ _____

- A) přímka
- B) kružnice
- C) parabola
- D) hyperbola s hlavní osou totožnou se souřadnicovou osou x
- E) hyperbola s hlavní osou totožnou se souřadnicovou osou y

2 body

15 V geometrické posloupnosti platí:

$$a_1 + a_2 = 4$$

$$a_3 - a_1 = -16$$

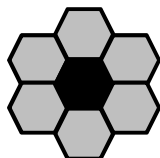
Do kterého z uvedených intervalů patří kvocient q posloupnosti?

- A) $\langle -8; -6 \rangle$
- B) $\langle -6; -4 \rangle$
- C) $\langle -4; -2 \rangle$
- D) $\langle -2; 0 \rangle$
- E) $\langle 0; 8 \rangle$

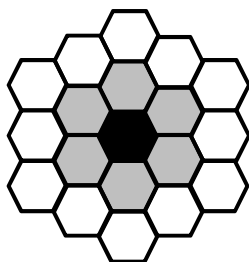
VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 16

Dlažba kolem stožáru na vlajku (černý otvor) vytváří pravidelné tmavé a světlé prstence. (Všechny dlažební kostky jsou shodné pravidelné šestiboké hranoly.)

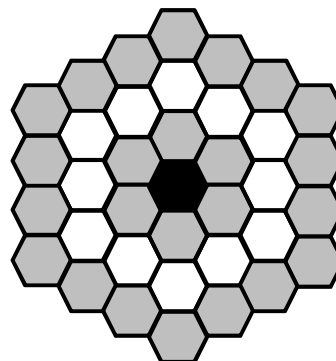
1 prstenec



2 prstence



3 prstence



(CERMAT)

2 body

16 Kolik prstenců je vytvořeno z 1 260 dlaždic?

- A) 15
- B) 18
- C) 20
- D) 21
- E) 28

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 17

Číslo, které se čte stejně zleva i zprava, se nazývá **palindrom**.
Uvažujme všechny pětimístné palindromy, které mají první číslici větší než druhou (např. 70 207, 21 112, 82 128 apod.).

(CERMAT)

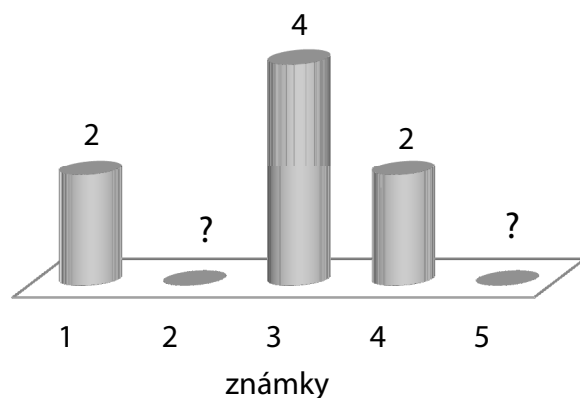
2 body

17 Kolik různých palindromů je možné uvedeným způsobem sestavit?

- A) 360
- B) 450
- C) 720
- D) 810
- E) 900

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 18

Graf udává četnost známek z písemné práce z matematiky, kterou psalo 13 žáků. Není uvedena četnost známek 2 a 5. **Medián** je 2.



(CERMAT)

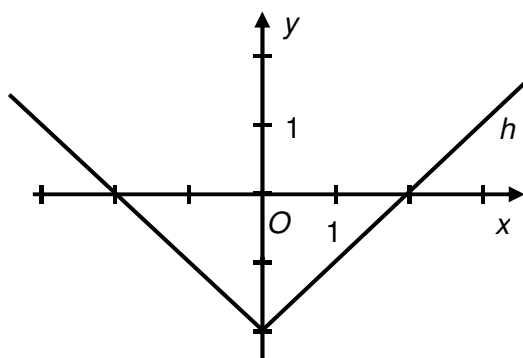
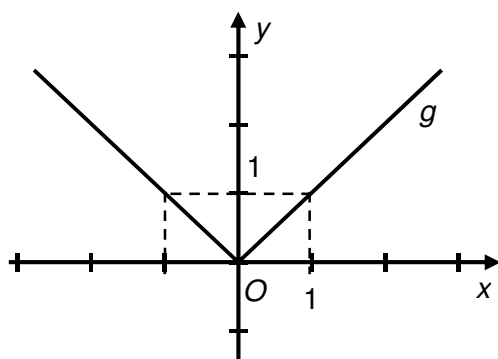
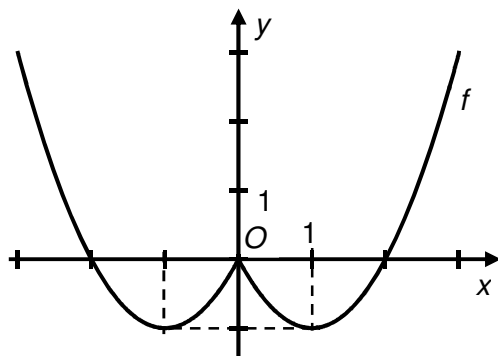
2 body

18 Které z následujících tvrzení je nepravdivé?

- A) Aritmetický průměr je větší než medián.
- B) Aritmetický průměr je menší než 2,5.
- C) Nejvíce je dvojek.
- D) Modus je 5.
- E) Nejsou žádné pětky.

VÝCHOZÍ TEXT A GRAFY K ÚLOZE 19

V kartézské soustavě souřadnic Oxy jsou sestrojeny grafy funkcí f , g , h , které jsou definovány pro všechna $x \in \mathbf{R}$.



(CERMAT)

2 body

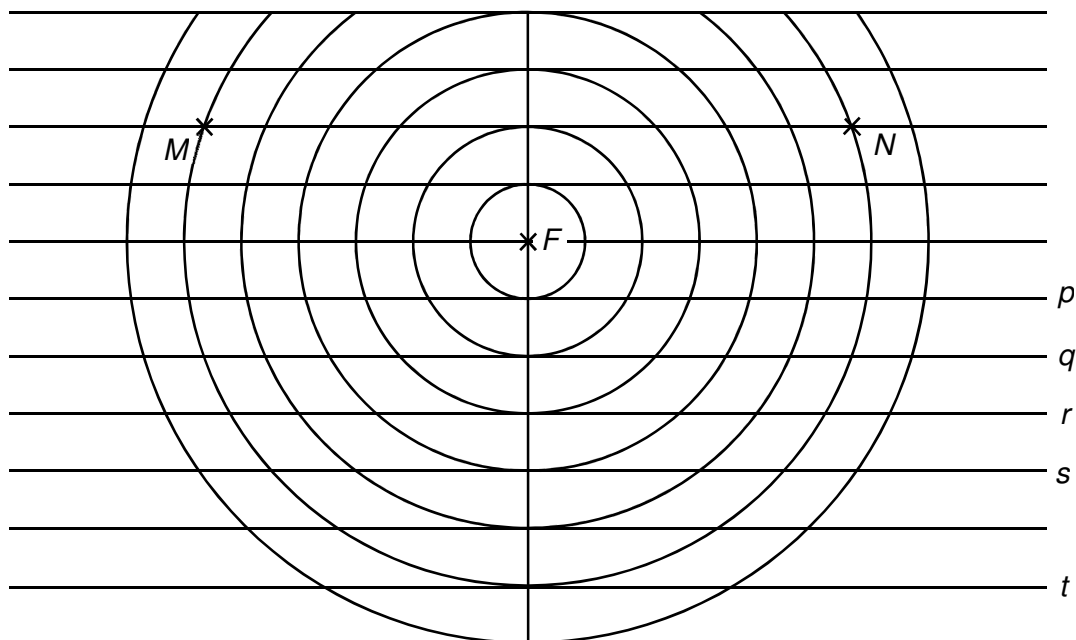
19 Který z následujících vztahů platí pro všechna $x \in \mathbf{R}$?

- A) $f(x) = g(x) \cdot h(x)$
- B) $f(x) = g(x) + h(x)$
- C) $f(x) = g^2(x) - h(x)$
- D) $f(x) = |h(x) + 1| - 1$
- E) $f(x) = |g(x) - 1| - 1$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Body M , N leží na parabole s ohniskem F .

Vrchol V paraboly leží na některé z přímek p , q , r , s , t .



Vzdálenost libovolných dvou sousedních rovnoběžek je 1 cm.

(CERMAT)

2 body

20 Na které z uvedených přímek leží vrchol V paraboly?

- A) na přímce p
- B) na přímce q
- C) na přímce r
- D) na přímce s
- E) na přímce t

2 body

- 21** Je dáno těžiště $T[3; 4]$ a strana $AB = \{[2t; 4 + t]; t \in \langle -1; 3 \rangle\}$ trojúhelníku ABC .

Jaké souřadnice má vrchol C ?

- A) $C[2; 5]$
- B) $C[4; 2]$
- C) $C[4; 3]$
- D) $C[5; 2]$
- E) $C[6; -1]$

2 body

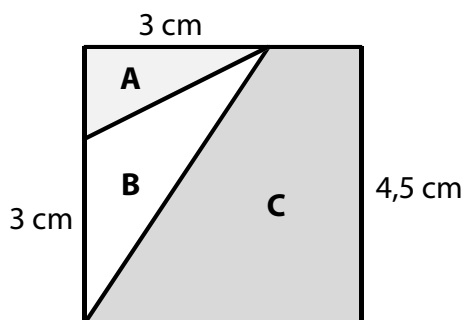
- 22** Vzdálenost obrazů komplexních čísel $z = a + bi$ a $\bar{z} = a - bi$ v Gaussově rovině je 8. Obě části a, b komplexního čísla z jsou kladné. Dále platí $|z| = 8$.

Jaká je reálná část a komplexního čísla z ?

- A) $2\sqrt{3}$
- B) $4\sqrt{3}$
- C) $6\sqrt{3}$
- D) $6\sqrt{2}$
- E) $8\sqrt{2}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 23

Čtverec se stranou délky 4,5 cm je rozdělen na tři rovinné obrazce: **A**, **B** a **C**.



(CERMAT)

max. 3 body

23 Rozhodněte o každém z následujících tvrzení, zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

23.1 Obsahy trojúhelníků A a B jsou v poměru 1 : 2.

| A | N |
|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

23.2 Obsah trojúhelníku B tvoří dvě devítiny obsahu čtverce.

| | |
|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|

23.3 Obsahy obrazců B a C jsou v poměru 1 : 3.

| | |
|--------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
|--------------------------|--------------------------|