Limita posloupnosti

(Opakování)

1. Rozhodněte, zda dané posloupnosti $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ jsou konvergentní či divergentní. Zdůvodněte.

   a) $a_n = \frac{(-1)^n \cdot n^8 - n^7}{n^8}$ [divergentní]

   b) $a_n = \frac{(-1)^n \cdot n^7 - n^8}{n^8}$ [konvergentní]

   c) $a_n = 5 \cdot \left(-\frac{4}{7}\right)^{n-1}$ [konvergentní]

   d) $a_{n+1} = a_n + \frac{1}{2};\ a_1 = \frac{3}{2}$ [divergentní]

   e) $a_{n+1} = a_n;\ a_1 = 8$ [konvergentní]

   f) $\left(\frac{6-3n}{2}\right)_{n=1}^{\infty}$ [divergentní]

   g) $\left(\frac{3}{2n}\right)_{n=1}^{\infty}$ [konvergentní]

   h) $\left(\frac{3n-1}{n}\right)_{n=1}^{\infty}$ [konvergentní]

   i) $(0{,}3^n - 2)_{n=1}^{\infty}$ [konvergentní]

   j) $(0{,}7^n + (-0{,}25)^n)_{n=1}^{\infty}$ [konvergentní]

   k) $(2^n + 2 \cdot (-1)^n)_{n=1}^{\infty}$ [divergentní]

2. Vypočtěte následující limity:

   a) $\lim_{n\to\infty} \frac{2n^3-4n+2}{8n^3+2n-1}$ $\left[\frac{1}{4}\right]$

   b) $\lim_{n\to\infty} \frac{1-6n^2-4n^5}{n+2n^5}$ $[-2]$

   c) $\lim_{n\to\infty} \frac{4n^4+n^3+2}{n^6-1}$ $[0]$

   d) $\lim_{n\to\infty} \frac{n^5+n+7}{n^3-2n+1}$ [∞; divergentní]

   e) $\lim_{n\to\infty} \frac{(2n^3-3)^2(n+1)^3}{(n^3-1)^3}$ $[4]$

   f) $\lim_{n\to\infty} \frac{(4n^5-2)^2}{(n^2-1)^3(n-3)}$ [∞; divergentní]

   g) $\lim_{n\to\infty} \frac{n^3(2n^2+4)}{(n^2-1)^2(n^4+8)}$ $[0]$

   h) $\lim_{n\to\infty} \frac{(2n^2+4)^4(5n-2)^2}{(2n^3-1)^3(5n+8)}$ $[\,10\,]$

   i) $\lim_{n\to\infty} \frac{(4n^2-1)^2(3n^5+1)^2}{(3n^3-1)^3(2n-1)^5}$ $\left[\frac{1}{6}\right]$

   j) $\lim_{n\to\infty} \frac{n^2(6n^3+7)^4}{(2n^5-1)^3}$ $[\,0\,]$

3. Vypočtěte následující limity:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{7^{n-1}-5}{7^n+1}$ $\left[\frac{1}{7}\right]$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3\cdot 4^{n+1}-8}{5\cdot 4^{n-1}+1}$ $\left[\frac{48}{5}\right]$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{5\cdot 9^{n-1}-1}{4\cdot 9^n+7}$ $\left[\frac{5}{36}\right]$

d) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2^{n+1}-3^{n+2}}{3^{n-2}}$ $[-81]$

e) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{3^{n+2}-6^n+2^{n-1}}{3^{n+1}-6^{n+1}}$ $\left[\frac{1}{6}\right]$

f) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2\cdot 9^n-7^{n-1}+3\cdot 4^{n+1}}{5-2\cdot 9^n-5\cdot 2^n}$ $[-1]$

g) $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2\cdot 4^{n-1}+5\cdot 3^{n+1}-12^{n+1}}{6\cdot 12^{n-1}+5}$ $[-24]$

4. Vypočtěte následující limity:

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\frac{1+2+3+\cdots+n}{n+2} - \frac{n(n+3)}{2(n+2)}\right]$ $[-1]$

b) $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\frac{1+3+5+\cdots+2n-1}{(n-1)(n+3)}\right]$ $[1\ ]$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \left[\frac{10+20+30+\cdots+10n}{n^2-100} + \frac{n}{n-10}\right]$ $[6]$

Autor příkladů: RNDr. Ivana Janů