MATEMATIKA

MAMZD19C0T04

DIDAKTICKÝ TEST

Maximální bodové hodnocení: 50 bodů
Hranice úspěšnosti: 33 %

1 Základní informace k zadání zkoušky

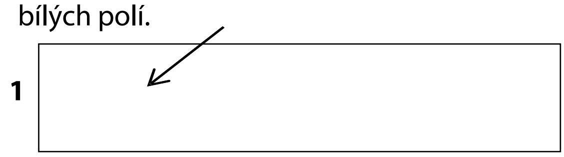
- **Didaktický test** obsahuje **26 úloh**.
- **Časový limit** pro řešení didaktického testu je **uveden na záznamovém archu**.
- **Povolené pomůcky:** psací a rýsovací potřeby, Matematické, fyzikální a chemické tabulky a kalkulátor bez grafického režimu, bez řešení rovnic a úprav algebraických výrazů.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Odpovědi pište do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- **Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.**
- První část didaktického testu (úlohy 1–15) tvoří **úlohy otevřené**.
- Ve druhé části didaktického testu (úlohy 16–26) jsou uzavřené úlohy, které obsahují nabídku odpovědí. U každé úlohy nebo podúlohy je **právě jedna odpověď správná**.
- Za neuvedené řešení či za nesprávné řešení úlohy jako celku **se neudělují záporné body**.

2 Pravidla správného zápisu odpovědí

- Odpovědi zaznamenávejte **modře nebo černě** píšící propisovací tužkou, která píše **dostatečně silně a nepřerušovaně**.
- Budete-li rýsovat obyčejnou tužkou, následně obtáhněte čáry propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou **pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu**.

2.1 Pokyny k otevřeným úlohám

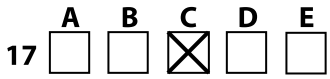
- Výsledky **pište čitelně** do vyznačených bílých polí.



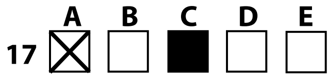
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- **Zápisy uvedené mimo** vyznačená bílá pole **nebudou hodnoceny**.
- Chybný zápis přeškrtněte a nově zapište správné řešení.

2.2 Pokyny k uzavřeným úlohám

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvěte původně zakřížkované pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!

1 bod

1 Je dán interval $A = (3; 5\rangle$ a množina $B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$.

Uveďte všechny prvky množiny B, které <u>nepatří</u> do průniku $A \cap B$.

Řešení:

$A \cap B = \{4; 5\}$
Prvky množiny B, které nepatří do průniku $A \cap B$, jsou **1; 2; 3; 6**.

---

1 bod

2 **Vypočtěte, kterým číslem musíme vydělit 5^{250}, abychom dostali 25^5.**
Výsledek vyjádřete rovněž ve tvaru mocniny.

Řešení:

Neznámý dělitel označme x.

$5^{250} : x = 25^5$

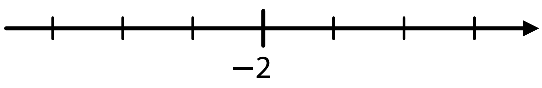
$$x = \frac{5^{250}}{25^5} = \frac{5^{250}}{5^{10}} = 5^{250-10} = \mathbf{5^{240}}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 3

Na číselné ose je vyznačeno 7 bodů, z nichž jeden je obraz čísla -2.

Právě tři ze zbývajících šesti vyznačených bodů představují obrazy čísel a, b, c, která splňují následující podmínky:

$2 < -a;\ b < c;\ -a < -c$



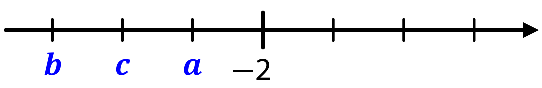
(CZVV)

1 bod

3 **Najděte a popište obrazy čísel a, b, c na číselné ose.**

Řešení:

$$\left.\begin{aligned} 2 < -a \Rightarrow a &< -2 \\ b &< c \\ -a < -c \Rightarrow c &< a \end{aligned}\right\} \Rightarrow b < c < a < -2$$



max. 2 body

4 **Pro** $a \in \mathbf{R} \setminus \{2\}$ **upravte na co nejjednodušší tvar** (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky)**:**

$$\frac{\frac{a+6}{a-2}+1}{2} \cdot (a^2 - 4a + 4) =$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Řešení:

$$\frac{\frac{a+6}{a-2}+1}{2} \cdot (a^2 - 4a + 4) = \frac{\frac{a+6+a-2}{a-2}}{2} \cdot (a-2)^2 = \frac{2a+4}{2 \cdot (a-2)} \cdot (a-2)^2 =$$
$$= \frac{2 \cdot (a+2)}{2} \cdot (a-2) = (a+2)(a-2) = a^2 - 4$$

---

max. 3 body

5 **V oboru R řešte:**

$$x \cdot \left(\frac{2x-6}{x-6} - 1\right) = \frac{6-7x}{6-x}$$

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení**.

Řešení:

$$x \cdot \left(\frac{2x-6}{x-6} - 1\right) = \frac{6-7x}{6-x}, \qquad x \neq 6$$
$$\frac{x \cdot (2x-6)}{x-6} - x = \frac{7x-6}{x-6} \quad \Big| \cdot (x-6)$$
$$2x^2 - 6x - x \cdot (x-6) = 7x - 6$$
$$2x^2 - 6x - x^2 + 6x = 7x - 6 \quad | - (7x-6)$$
$$x^2 - 7x + 6 = 0$$
$$(x-6)(x-1) = 0$$
$$x = 6 \vee x = 1, \qquad \mathrm{K} = \{1\}$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 6

Dva mniši opisovali rukopisy. Každý z nich pracoval stále stejným tempem.

Mladší Dominik opsal za každý **týden** n stránek rukopisu ($n \in \mathbf{N}$). Starší Alfons byl pomalejší a každý týden opsal o třetinu méně stránek než Dominik.

(*CZVV*)

max. 2 body

6

6.1 Určete v závislosti na n, **kolik stránek** celkem opsali oba mniši za 3 týdny.

Řešení:

Počet stránek opsaných za 3 týdny:

Dominik … $3 \cdot n$

Alfons … $3 \cdot \frac{2}{3} n = 2n$

oba mniši … $3n + 2n = \mathbf{5n}$

6.2 Určete, za **kolik týdnů** opsali oba mniši celkem $100n$ stránek rukopisu.

Řešení:

Za 3 týdny … $5n$ stránek.
Za x týdnů … $100n$ stránek (tj. 20krát více).

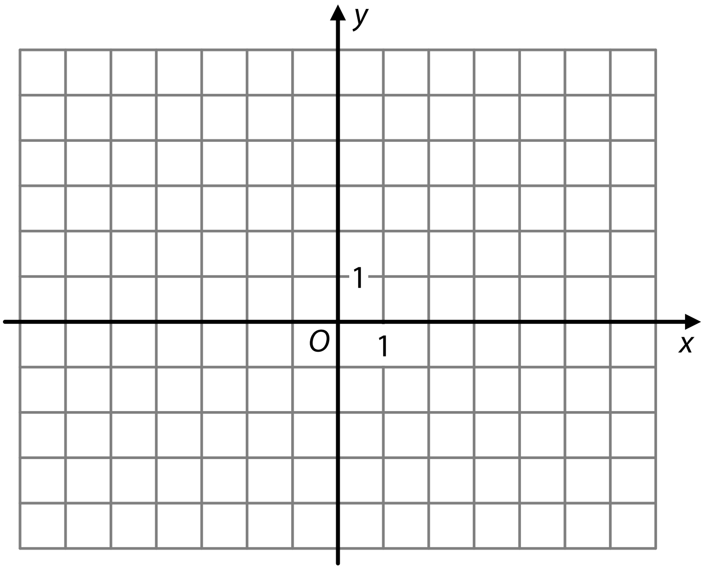
$x = 3 \cdot 20 = \mathbf{60}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 7

Jsou dány přímky p a q.

$p: x = 4 - 3t,$ $\qquad$ $q: y = 2x - 1$

$\quad y = 1 - 2t, \quad t \in \mathbf{R}$



(CZVV)

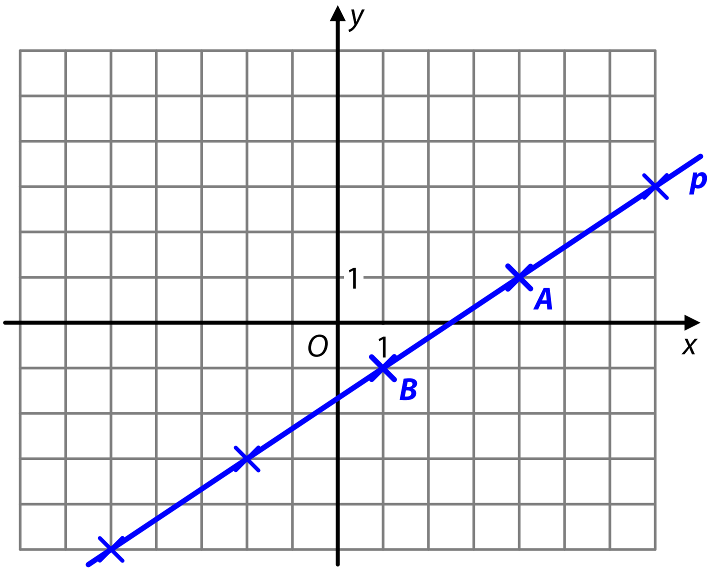
max. 3 body

7

7.1 V kartézské soustavě souřadnic *Oxy* sestrojte přímku *p*.
Na přímce *p* vyznačte křížkem dva libovolné mřížové body a označte je *A*, *B*.

V záznamovém archu obtáhněte vše **propisovací tužkou**.

Řešení:



(Písmeny *A*, *B* mohou být označeny kterékoli dva z bodů vyznačených křížkem.)

7.2 Zapište souřadnice průsečíku $R[r_1; r_2]$ přímek p, q.

Řešení:

$$p \cap q: 1 - 2t = 2 \cdot (4 - 3t) - 1$$
$$t = 1{,}5$$

$x = 4 - 3 \cdot 1{,}5 = -0{,}5$
$y = 1 - 2 \cdot 1{,}5 = -2$
$\boldsymbol{R[-0{,}5; -2]}$

7.3 Zapište obecnou rovnici přímky m, která prochází bodem $O[0; 0]$ a je rovnoběžná s přímkou p.

Řešení:

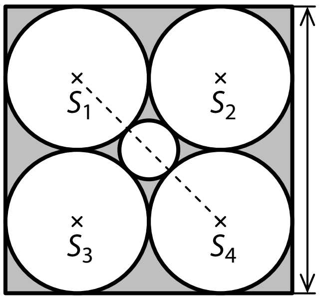
$\vec{s}_m = \vec{s}_p = (-3; -2)$, $\quad \vec{n}_m = (2; -3)$

m: $\mathbf{2x - 3y = 0}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 8–9

Ve čtverci o straně délky 48 cm jsou zakresleny čtyři shodné velké kruhy se středy S_1–S_4 a uprostřed jeden malý kruh.

Každé dva kruhy mají společný právě jeden bod a každý velký kruh se dotýká dvou stran čtverce.



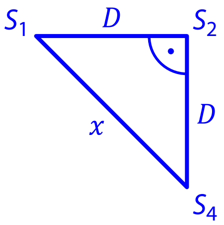
(*CZVV*)

1 bod

8 Vypočtěte v cm vzdálenost středů S_1, S_4.
Výsledek zaokrouhlete na celé cm.

Řešení:

Poloměr velkého kruhu označme R, průměr D a vzdálenost středů S_1, S_4 označme x.



$|S_1S_2| = |S_2S_4| = 2R = D, \qquad D = \dfrac{48\text{ cm}}{2} = 24\text{ cm}$

$x^2 = D^2 + D^2 = 2D^2$

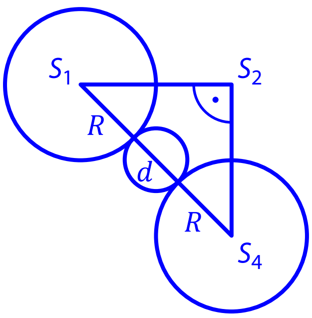
$x = \sqrt{2D^2} = \sqrt{2} \cdot D = \sqrt{2} \cdot 24\text{ cm} \doteq \mathbf{34\ cm}$

1 bod

9 Vypočtěte v cm obvod malého kruhu.
Výsledek zaokrouhlete na celé cm.

Řešení:

Průměr malého kruhu označme d a obvod o.



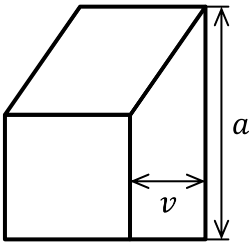
$o = \pi d, \qquad x = \sqrt{2} \cdot D$ (viz úloha 8)

$d = x - 2R = x - D = \sqrt{2} \cdot D - D = \left(\sqrt{2} - 1\right) \cdot D$

$o = \pi \cdot \left(\sqrt{2} - 1\right) \cdot D = \pi \cdot \left(\sqrt{2} - 1\right) \cdot 24\text{ cm} \doteq \mathbf{31\ cm}$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOHÁM 10–11

Pětiúhelník na obrázku je složen z kosodélníku, čtverce a lichoběžníku.
Každý z těchto tří čtyřúhelníků má obsah 36 cm^2.



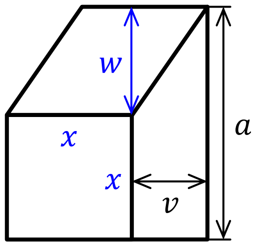
(CZVV)

1 bod

10 Určete v cm délku a delší základny lichoběžníku.

Řešení:

Obsah čtverce, kosodélníku i lichoběžníku označme S,
délku strany čtverce a též jedné strany kosodélníku označme x
a velikost výšky kosodélníku na stranu délky x označme w.



$S = x^2 = x \cdot w, \qquad S = 36\ \text{cm}^2$

$x = \sqrt{S} = \sqrt{36\ \text{cm}^2} = 6\ \text{cm}, \qquad w = \frac{S}{x} = \frac{36\ \text{cm}^2}{6\ \text{cm}} = 6\ \text{cm}$

$a = x + w = 6\ \text{cm} + 6\ \text{cm} = \mathbf{12\ cm}$

1 bod

11 Určete v cm velikost v výšky lichoběžníku.

Řešení:

$S = \frac{a + x}{2} \cdot v$

$v = \frac{2S}{a + x} = \frac{2 \cdot 36\ \text{cm}^2}{12\ \text{cm} + 6\ \text{cm}} = \frac{72\ \text{cm}^2}{18\ \text{cm}} = \mathbf{4\ cm}$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 12

Trenérka přinesla 6 stejných červených a 6 stejných modrých triček. Každé z 12 dívek přidělí 1 tričko.

(CZVV)

1 bod

12 Vypočtěte, kolika různými způsoby může trenérka trička dívkám přidělit.

Řešení:

Vyberme šestici dívek, kterým trenérka přidělí červená trička (na ostatní zbudou modrá).

Počet možností, jak vybrat šestici dívek, je $\binom{12}{6} = \mathbf{924}$.

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 13

Na stůl jsme rozložili dvanáct kartiček. Na každé z nich je zapsáno jedno číslo. Aritmetický průměr těchto čísel je 25. Když odebereme dvě kartičky s čísly, jejichž rozdíl je 26, na stole zůstane deset kartiček, a to s čísly, jejichž aritmetický průměr je 24.

(*CZVV*)

max. 2 body

13 Určete čísla na obou kartičkách, které odebereme.

Řešení:

Čísla na odebraných kartičkách označme a, b.

$a + b + 10 \cdot 24 = 12 \cdot 25$ součet čísel na všech kartičkách

$a - b = 26$ rozdíl čísel a, b

$$a + b = 60$$
$$a - b = 26$$
$$2a = 86$$
$$b = a - 26$$
$$a = \mathbf{43}$$
$$b = \mathbf{17}$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 14

V geometrické posloupnosti s prvním členem $a_1 = 1{,}4$ platí, že součin prvního a druhého členu je stejný jako součet obou těchto členů.

(*CZVV*)

max. 2 body

14 Vypočtěte

14.1 kvocient této posloupnosti,

14.2 třetí člen této posloupnosti.

V záznamovém archu uveďte v obou částech úlohy celý **postup řešení**.

Řešení:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}, \qquad a_1 = 1{,}4$$
$$a_2 = a_1 \cdot q$$

$$a_1 + a_2 = a_1 \cdot a_2$$
$$a_1 + a_1 \cdot q = a_1 \cdot a_1 \cdot q$$
$$q = \frac{1}{a_1 - 1} = \frac{1}{1{,}4 - 1} = \frac{1}{0{,}4} = 2{,}5$$

$$a_3 = a_1 \cdot q^2 = 1{,}4 \cdot 2{,}5^2 = 8{,}75$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 15

Každý ze tří muzikantů vydělal na společném koncertě **stejnou** částku.

Kamil utratil dvě pětiny svého výdělku, Luboš utratil o 50 % více než Kamil a Martinovi z výdělku zbylo 240 korun.

Všichni tři muzikanti tak utratili celkem 60 % společného výdělku z koncertu. Zbytek poslali jako dar na charitu.

(*CZVV*)

max. 3 body

15 Užitím <u>rovnice nebo soustavy rovnic</u> **vypočtěte, kolik korun činil dar na charitu.**

V záznamovém archu uveďte celý **postup řešení** (popis neznámých, sestavení rovnice, resp. soustavy rovnic, řešení a odpověď).

Řešení:

Výdělek každého z muzikantů (v korunách) označme x.

Muzikant	Výdělek	Útrata	Zbytek	(vše v korunách)
Kamil	x	$0{,}4x$	$0{,}6x$	
Luboš	x	$1{,}5 \cdot 0{,}4x = 0{,}6x$	$0{,}4x$	
Martin	x	$x - 240$	240	
Celkem	$3x$	$2x - 240$	$x + 240 \ldots$ dar	

$$0{,}6 \cdot 3x = 2x - 240$$
$$240 = 0{,}2x$$
$$x = 1\,200, \qquad x + 240 = 1\,440$$

Dar na charitu činil 1 440 korun.

max. 2 body

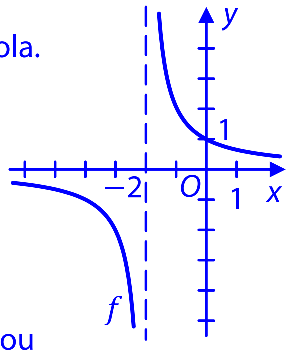
16 Na množině $\mathbf{R} \setminus \{-2\}$ je dána funkce $f: y = \dfrac{2}{x+2}$.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (16.1–16.4), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

		A	N
16.1	Grafem funkce f je hyperbola.	☒	☐
16.2	Graf funkce f protíná obě souřadnicové osy x, y.	☐	☒
16.3	$f(1) = 0$	☐	☒
16.4	Obor hodnot funkce f je $\mathrm{H}_f = \mathbf{R} \setminus \{0\}$.	☒	☐

Řešení:

16.1 Funkce f je lineární lomená funkce, jejím grafem je hyperbola.



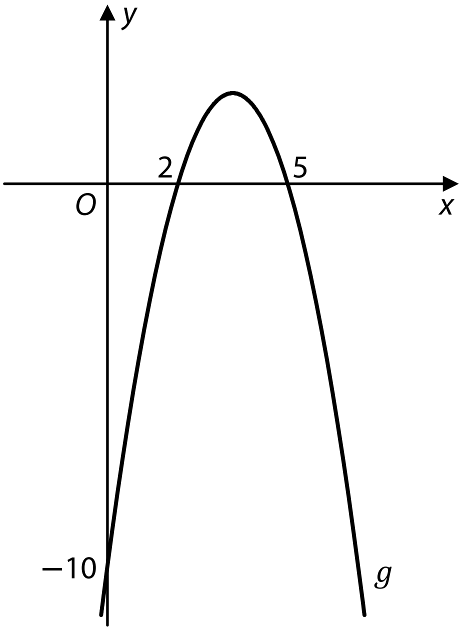
16.2 Rovnice $0 = \dfrac{2}{x+2}$ nemá v množině $\mathbf{R} \setminus \{-2\}$ řešení, proto graf funkce f neprotíná souřadnicovou osu x.

16.3 $f(1) = \dfrac{2}{1+2} = \dfrac{2}{3} \neq 0$

16.4 Grafem funkce f je hyperbola, která neprotíná souřadnicovou osu x, proto nula ($y = 0$) jako jediné reálné číslo nepatří do oboru hodnot.

VÝCHOZÍ TEXT A GRAF K ÚLOZE 17

Kvadratická funkce g s definičním oborem **R** je dána grafem.



(*CZVV*)

2 body

17 Které z následujících vyjádření je předpisem funkce g?

A) $y = x^2 + 7x - 10$

B) $y = -x^2 + 7x + 10$

C) $y = -(x + 2)(x + 5)$

D) $y = (x - 2)(x + 5)$

E) $y = (x - 2)(5 - x)$

Řešení:

Z grafu lze vyčíst hodnoty funkce g v bodech 0, 2 a 5:
$g(0) = -10, \qquad g(2) = g(5) = 0$

$g: y = a(x - 2)(x - 5)$
$-10 = a(0 - 2)(0 - 5) = 10a, \qquad a = -1$
$g: y = -(x - 2)(x - 5) = (x - 2)(5 - x) = -x^2 + 7x - 10$

2 body

18 Pro $x, y \in \mathbf{R}$ platí:

$x > 0, y = -5$

Který z následujících výrazů může být za výše uvedených podmínek pro některé hodnoty x kladný?

A) $\frac{1}{x} + y$

B) $y - x^2$

C) $y - x$

D) xy

E) $\frac{x^2}{y}$

Řešení:

A) Pro každé $x > 0$ je výraz $\frac{1}{x}$ kladný. Výraz $\left(\frac{1}{x} - 5\right)$ je kladný např. pro $x = 0{,}1$.

B) Pro každé $x > 0$ je výraz $(-x^2)$ záporný, stejně jako celý výraz $(-5 - x^2)$.

C) Pro každé $x > 0$ je výraz $(-x)$ je záporný, stejně jako celý výraz $(-5 - x)$.

D) Pro každé $x > 0$ je součin $(-5x)$ záporný.

E) Pro každé $x > 0$ je výraz x^2 kladný, proto podíl $\frac{x^2}{-5}$ je záporný.

---

2 body

19 Pro rovnoběžník $ABCD$ se středem S platí:
$S[-1; 1], A[-2; -1], B[6; -1]$

Jaké jsou souřadnice středu strany CD?

A) $[3; 1]$

B) $[0; 3]$

C) $[-4; 3]$

D) $[-6; 2]$

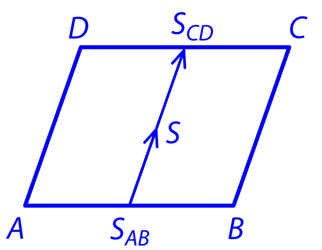
E) jiné souřadnice

Řešení:

$S_{CD} - S = S - S_{AB}$

$S_{AB} = \left[\frac{-2+6}{2}; \frac{-1+(-1)}{2}\right] = [2; -1], \qquad S - S_{AB} = (-3; 2)$

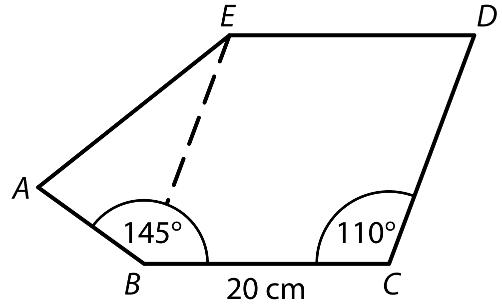
$S_{CD} = S + (S - S_{AB}) = [-1; 1] + (-3; 2) = [-4; 3]$



VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 20

Pětiúhelník *ABCDE* je složen z rovnoramenného trojúhelníku *ABE* se základnou *AB* a kosočtverce *BCDE*. Platí:

$|\sphericalangle ABC| = 145°$, $|\sphericalangle BCD| = 110°$, $|BC| = 20$ cm



(CZVV)

2 body

20 Jaký je obvod pětiúhelníku *ABCDE*?

Výsledek je zaokrouhlen na celé cm.

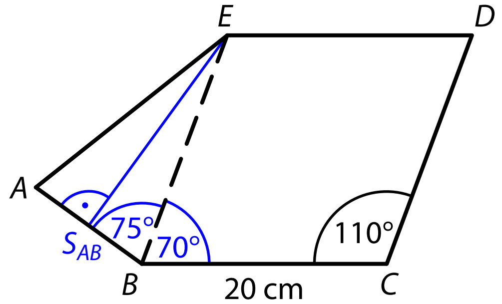
A) menší než 87 cm

B) 88 cm

C) 89 cm

D) 90 cm

E) větší než 91 cm



Řešení:

Obvod pětiúhelníku *ABCDE* označme o a délku strany *BC* označme a.

$|BC| = |CD| = |DE| = |AE| = |BE| = a = 20$ cm

V rovnoramenném trojúhelníku *ABE* je patou výšky na stranu *AB* střed S_{AB} této strany.

$$|BS_{AB}| = \frac{|AB|}{2}, \qquad \frac{|BS_{AB}|}{|BE|} = \cos|\sphericalangle ABE|, \qquad |AB| = 2a \cdot \cos|\sphericalangle ABE|$$

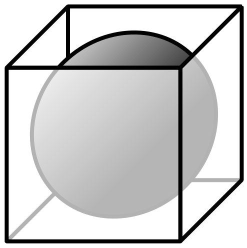
$$|\sphericalangle EBC| = 180° - |\sphericalangle BCD| = 180° - 110° = 70°$$
$$|\sphericalangle ABE| = |\sphericalangle ABC| - |\sphericalangle EBC| = 145° - 70° = 75°$$

$$o = 4a + |AB| = 4a + 2a \cdot \cos|\sphericalangle ABE| = (4 + 2 \cdot \cos|\sphericalangle ABE|) \cdot a =$$
$$= (4 + 2 \cdot \cos 75°) \cdot 20 \text{ cm} \doteq 90 \text{ cm}$$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 21

Do krabice tvaru krychle je vložen míč tvaru koule. Míč se dotýká každé stěny krabice v jednom bodě.

Povrch míče je $361\pi\ \text{cm}^2$.



(*CZVV*)

2 body

21 Jaký je vnitřní objem prázdné krabice?

A) 5 832 cm^3

B) 6 859 cm^3

C) 8 000 cm^3

D) 9 261 cm^3

E) jiný objem

Řešení:

Poloměr koule označme r, průměr d a povrch S.
Délku hrany krychle označme a a objem V.

$V = a^3$, $\quad S = 4\pi r^2 = \pi d^2$, $\quad S = 361\pi\ \text{cm}^2$

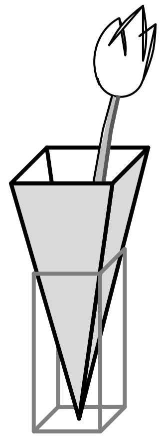
$$a = d = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{361\pi\ \text{cm}^2}{\pi}} = 19\ \text{cm}$$

$V = a^3 = 19^3\ \text{cm}^3 = 6\,859\ \text{cm}^3$

VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 22

Váza je zasazena do drátěného podstavce.

Vnitřní prostor vázy má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu s výškou 24 cm a objemem 1 568 cm^3.



(*CZVV*)

2 body

22 Jaký je obsah všech vnitřních ploch vázy?

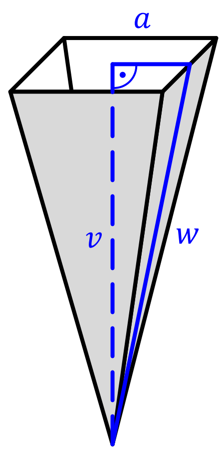
A) 672 cm^2

B) 700 cm^2

C) 720 cm^2

D) 732 cm^2

E) jiný obsah



Řešení:

Délku podstavné hrany jehlanu označme a, výšku jehlanu v, stěnovou výšku w a objem V. Obsah vnitřních ploch vázy (tj. obsah pláště jehlanu) označme S.

$$S = 4 \cdot \frac{aw}{2}, \qquad V = \frac{1}{3}a^2 v, \qquad w^2 = v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2, \qquad V = 1\,568\ \text{cm}^3, \qquad v = 24\ \text{cm}$$

$$a = \sqrt{\frac{3V}{v}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 1\,568\ \text{cm}^3}{24\ \text{cm}}} = 14\ \text{cm}, \qquad w = \sqrt{v^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \sqrt{24^2 + 7^2}\ \text{cm} = 25\ \text{cm}$$

$$S = 4 \cdot \frac{aw}{2} = 4 \cdot \frac{14 \cdot 25}{2}\ \text{cm}^2 = 700\ \text{cm}^2$$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 23

Klient si v Kocourkově sjednal na tři roky cestovní pojištění, za něž měl platit 100 korun měsíčně. Za bezeškodní průběh pojištění mu pojišťovna každý měsíc poskytla slevu ve výši 2 korun z ceny, kterou platil předchozí měsíc. Tedy druhý měsíc zaplatil 98 korun, třetí měsíc 96 korun atd.

Klient neměl žádnou pojistnou událost (škodu) během celé doby pojištění.

(CZVV)

2 body

23 Kolik korun celkem zaplatil klient za tříleté cestovní pojištění?

A) méně než 2 304 korun

B) 2 304 korun

C) 2 322 korun

D) 2 340 korun

E) více než 2 340 korun

Řešení:

Měsíční platby pojistného (v korunách) tvoří po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti.

$a_n = a_1 + (n-1) \cdot d, \qquad s_n = \frac{n}{2} \cdot (a_1 + a_n), \qquad a_1 = 100, \qquad d = -2, \qquad n = 36$

$a_{36} = 100 + (36-1) \cdot (-2) = 30, \qquad s_{36} = \frac{36}{2} \cdot (100 + 30) = 2\,340$

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 24

Banka u hypotečních úvěrů používá složené úročení s ročním úrokovacím obdobím a připisováním úroků na konci roku.

Banka poskytla klientovi na počátku roku hypoteční úvěr, který klient začal splácet až po uplynutí tří let. Za tuto dobu úroky navýšily dlužnou částku o 9,3 %.

(*CZVV*)

2 body

24 Jaká je roční úroková míra hypotečního úvěru?

Výsledek je zaokrouhlen na desetiny procenta.

A) menší než 2,9 %

B) 2,9 %

C) 3,0 %

D) 3,1 %

E) větší než 3,1 %

Řešení:

Výši úvěru označme D, dlužnou částku na konci n-tého roku D_n a roční úrokovou míru i.

$D_n = D \cdot (1+i)^n, \qquad n = 3, \qquad D_n = 1{,}093 \cdot D$

$$\frac{D_n}{D} = (1+i)^n$$

$$i = \sqrt[n]{\frac{D_n}{D}} - 1 = \sqrt[3]{\frac{1{,}093 \cdot D}{D}} - 1 = \sqrt[3]{1{,}093} - 1 \doteq 0{,}030, \text{ tj. } 3{,}0\ \%$$

max. 4 body

25 Ke každé rovnici (25.1–25.4) řešené v oboru R přiřaďte interval (B–F), v němž se nachází řešení dané rovnice, nebo prázdnou množinu (A), nemá-li rovnice řešení.

25.1 $\log_{10}(-2x) = 0$ C

25.2 $\log_{10} 10^x + x \cdot \log_{10} 1 = \log_{10} 1000$ E

25.3 $2^x : 32^{0,5} = \sqrt[3]{32}$ F

25.4 $2^{-x} + 2 = 0$ A

A) $\emptyset$

B) $(-\infty; -2\rangle$

C) $(-2; 0\rangle$

D) $(0; 2\rangle$

E) $(2; 4\rangle$

F) $(4; +\infty)$

Řešení:

25.1
$$\log_{10}(-2x) = 0 \qquad x \in (-\infty; 0)$$
$$-2x = 10^0 = 1$$
$$x = -\frac{1}{2}, \qquad \underline{-\frac{1}{2} \in (-2; 0\rangle}$$

25.2
$$\log_{10} 10^x + x \cdot \log_{10} 1 = \log_{10} 1000$$
$$x \cdot \log_{10} 10 + x \cdot 0 = 3$$
$$x = 3, \qquad \underline{3 \in (2; 4\rangle}$$

25.3
$$2^x : 32^{0,5} = \sqrt[3]{32}$$
$$2^x = 32^{\frac{1}{3}} \cdot 32^{\frac{1}{2}} = 32^{\frac{5}{6}} = \left(2^5\right)^{\frac{5}{6}} = 2^{\frac{25}{6}}$$
$$x = \frac{25}{6}, \qquad \underline{\frac{25}{6} \in (4; +\infty)}$$

25.4
$$2^{-x} + 2 = 0$$
$$2^{-x} = -2,$$ rovnost nemůže nastat

VÝCHOZÍ TEXT K ÚLOZE 26

Hodíme současně dvěma běžnými hracími kostkami – bílou a modrou.

Při hodu kteroukoli z těchto kostek může padnout libovolné celé číslo od 1 do 6. Všechny tyto výsledky jsou stejně pravděpodobné.

(CZVV)

max. 3 body

26 Přiřaďte ke každému z následujících jevů (26.1–26.3) pravděpodobnost (A– E), s níž může daný jev nastat.

26.1 Na bílé kostce padne liché číslo. D

26.2 Na obou kostkách padnou stejná čísla. A

26.3 Na bílé kostce padne číslo menší než 4 a na modré číslo větší než 3. B

A) $\frac{1}{6}$

B) $\frac{1}{4}$

C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{1}{2}$

E) jiná pravděpodobnost

Řešení:

$|\Omega| = 6 \cdot 6 = 36$

26.1 $\frac{3 \cdot 6}{36} = \frac{1}{2}$

26.2 $\frac{6 \cdot 1}{36} = \frac{1}{6}$

26.3 $\frac{3 \cdot 3}{36} = \frac{1}{4}$

ZKONTROLUJTE, ZDA JSTE DO ZÁZNAMOVÉHO ARCHU UVEDL/A VŠECHNY ODPOVĚDI.